



Bruno Lima de Freitas

**Inversão Gravimétrica Bidimensional para a  
determinação da morfologia do embasamento da  
Bacia do Recôncavo, Bahia, Brasil.**

Niterói, RJ - Brasil

21 de outubro de 2021

Bruno Lima de Freitas

**Inversão Gravimétrica Bidimensional para a determinação  
da morfologia do embasamento da Bacia do Recôncavo,  
Bahia, Brasil.**

Projeto Final de Graduação em Geofísica  
apresentado à Universidade Federal Flumi-  
nense como exigência parcial para obtenção  
do título de Bacharel em Geofísica

Universidade Federal Fluminense (UFF)

Orientador: Rodrigo Bijani

Niterói, RJ - Brasil

21 de outubro de 2021

Bruno Lima de Freitas

**Inversão Gravimétrica Bidimensional para a determinação  
da morfologia do embasamento da Bacia do Recôncavo,  
Bahia, Brasil.**

Projeto Final de Graduação em Geofísica  
apresentado à Universidade Federal Flumi-  
nense como exigência parcial para obtenção  
do título de Bacharel em Geofísica

Avaliado pela seguinte comissão examinadora:

---

**Rodrigo Bijani**  
Orientador - UFF

---

**Valéria Cristina Ferreira Barbosa**  
Observatório Nacional

---

**André Luis Albuquerque dos Reis**  
UERJ

Niterói, RJ - Brasil  
21 de outubro de 2021

# Agradecimentos

Agradeço a Deus por toda ajuda que me deu, por todas as oportunidades que me ofereceu e por ter me guiado até esse momento, me permitindo concluir mais uma fase da minha vida.

Aos meus pais, José e Tania, por terem me dado as condições para concluir meus estudos, por toda a preocupação, pelo incentivo para chegar nesse momento da vida e por todo o incentivo que ainda me dão para ir além.

Aos meus demais parentes e amigos, todos que me escutaram e até em momentos bem difíceis, me deram conselhos, me deram forças e me auxiliaram a seguir em frente.

Ao professor Rodrigo Bijani do Departamento de Geociências da Universidade Federal Fluminense (UFF), que me ajudou a desenvolver um projeto de Iniciação Científica e que veio a se tornar o tema do meu projeto final de curso, uma pessoa que me ajudou em certos momentos da faculdade, me escutou em momentos de preocupação, me deu conselhos, me trouxe oportunidades, uma pessoa que eu admiro e um amigo.

A Doutora Valeria Cristina do Observatório Nacional (ON) do Rio de Janeiro, que auxiliou a partir de um certo momento o meu projeto de Iniciação Científica, contribuindo bastante para ele.

Por fim, agradeço a todos os professores, aos colegas e amigos de graduação com quem tive contato durante esses anos, que contribuíram bastante para o meu processo de aprendizagem.

## Resumo

O estudo de bacias sedimentares é extremamente relevante no contexto da Geofísica Aplicada. Informações como limites entre bacias, lineamentos, falhas e estruturas que maturam hidrocarbonetos são preciosas para exploração. Neste contexto, o conhecimento da subsuperfície também deve ser estabelecido. Dentre as alternativas, o estudo da morfologia do embasamento de bacias sedimentares pode ser considerado uma contribuição relevante para que a exploração de recursos hídricos, minerais e hidrocarbonetos seja potencializada. Desta forma, neste trabalho, propomos uma inversão bidimensional de dados gravimétricos da Bacia do Recôncavo para obter o relevo do embasamento. Para realizar a inversão, utilizou-se uma modelagem baseada em prismas retangulares justapostos para representar a subsuperfície. Para controlar as ambiguidades do problema inverso gravimétrico, utilizamos o método de Bott devidamente estabilizado pela regularização de Tikhonov de primeira ordem, que impõe suavidade ao modelo, cujos parâmetros, em nosso caso, são as profundidades de cada prisma que compõe o modelo. O método foi aplicado, primeiramente, aos dados sintéticos com o objetivo de avaliar como esse método se comporta em um caso controlado. Simulamos uma bacia sedimentar do tipo graben e a anomalia gravimétrica produzida foi corrompida com ruído gaussiano para conferir maior realismo aos dados. Neste caso, estimamos uma morfologia bastante similar à verdadeira, indicando a boa performance do método de inversão diante dos dados sintéticos. Por fim, a metodologia utilizada neste trabalho é então aplicada ao conjunto de dados reais, cedidos pela Dr. Valéria Cristina do Observatório Nacional, referentes a uma seção gravimétrica da Bacia do Recôncavo. As estimativas da profundidade do embasamento apresentam uma bacia pouco sinuosa, com depocentro ao redor dos cinco mil e quinhentos metros de profundidade. Em linhas gerais, foi possível observar uma boa convergência para a solução em poucas iterações. Adicionalmente, os gráficos de ajuste dos dados corroboraram para que as estimativas obtidas fossem consideradas adequadas.

*Palavras-chave: Bacia do Recôncavo, inversão gravimétrica 2D, modelagem gravimétrica, método de Bott, regularização de Tikhonov*

# Abstract

The study of sedimentary basins is extremely relevant in the context of applied geophysics. Information such as boundaries between basins, lineaments, faults and structures that mature hydrocarbons are precious for exploration. In this context, knowledge of the subsurface should also be established. Among the alternatives, the study of the morphology of sedimentary basin basement can be considered a relevant contribution to make exploration of water resources, minerals and hydrocarbons be enhanced. Thus, in this work, we propose a two-dimensional inversion of gravimetric data from the Recôncavo Basin to obtain the relief of the basement. To perform the inversion, a modeling based on juxtaposed rectangular prisms was used to represent the subsurface. To control the ambiguities of the inverse gravimetric problem, we used Bott's method properly stabilized by the regularization of Tikhonov of the first order, which imposes smoothness on the parameter model, which in our case are the depths of each prism that makes up the interpretative model. The method was first applied to synthetic data in order to evaluate how this method behaves in a case under full control. We simulated a graben sedimentary basin and the gravimetric anomaly produced was corrupted with Gaussian noise to give greater realism to the data. In this case, we estimate a morphology quite similar to the true one, indicating the good performance of the inversion method in front of the synthetic data. Finally, the methodology used in this work is then applied to the set of real data, provided by Dr. Valéria Cristina of the National Observatory, referring to a gravimetric section located in the elevated portion of the Recôncavo Basin. The estimates of the depth of the basement present a little sinuous basin, with depocenter around five thousand and five hundred meters deep. Generally speaking, it was possible to observe a good convergence for the solution in a few iterations. Additionally, the data adjustment graphs corroborated so that the estimates obtained were considered adequate.

**Keywords**— Recôncavo basin, gravimetric inversion 2D, gravimetric modelling, Bott's method, Tikhonov's regularization

# Sumário

	<b>Sumário</b> . . . . .	<b>6</b>
	<b>Lista de ilustrações</b> . . . . .	<b>7</b>
<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>9</b>
<b>2</b>	<b>ÁREA DE ESTUDO</b> . . . . .	<b>11</b>
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b> . . . . .	<b>14</b>
<b>3.1</b>	<b>Problema Direto</b> . . . . .	<b>14</b>
<b>3.2</b>	<b>Inversão Gravimétrica</b> . . . . .	<b>17</b>
<b>3.3</b>	<b>Regularização</b> . . . . .	<b>17</b>
<b>3.4</b>	<b>Método de Bott</b> . . . . .	<b>19</b>
<b>3.5</b>	<b>Estimativa dos hyperparâmetros da inversão</b> . . . . .	<b>19</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> . . . . .	<b>21</b>
<b>4.1</b>	<b>Testes em dados sintéticos</b> . . . . .	<b>21</b>
<b>4.2</b>	<b>Testes em dados reais</b> . . . . .	<b>23</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b> . . . . .	<b>27</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>28</b>

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Mapa com a localização da Bacia do Recôncavo (ROCKETT; KETZER, 2008). . . . .	11
Figura 2 – Mapa geológico esquemático da Bacia do Recôncavo < <a href="http://www.cprm.gov.br/publique/media/gestao_territorial/falha_salvador.pdf">http://www.cprm.gov.br/publique/media/gestao_territorial/falha_salvador.pdf</a> >. . . . .	12
Figura 3 – Seção geológica esquemática da Bacia do Recôncavo < <a href="http://www.cprm.gov.br/publique/media/gestao_territorial/falha_salvador.pdf">http://www.cprm.gov.br/publique/media/gestao_territorial/falha_salvador.pdf</a> >. . . . .	13
Figura 4 – Um corpo tridimensional com densidade $\rho(z', y', z')$ e com forma arbitrária observada no ponto $P(x, y, z)$ . O vetor unitário $\hat{r}$ aponta de um elemento de massa $dv$ para $P$ . (BLAKELY, 1996) . . . . .	15
Figura 5 – Modelo interpretativo de prismas retangulares 2-D justapostos adotado nesse trabalho. O modelo é definido pela extensão horizontal $\Delta\rho$ , pelo contraste de densidade $\Delta\rho$ e pelas profundidades das bases dos prismas $p_1, p_2, \dots, p_{n-1}$ e $p_n$ . . . . .	16
Figura 6 – Curva L para o teste sintético da bacia sedimentar do tipo graben. O eixo Phi ( $\phi$ ) mostra o ajuste dos dados e o Theta ( $\theta$ ) é a função de suavidade. o ponto em vermelho mostra a solução para o $\mu$ ideal. . . . .	21
Figura 7 – (a) Primeira iteração do método de Bott (BOTT, 1960) para a bacia sintética tipo Graben. O painel superior mostra o ajuste entre a anomalia gravimétrica predita (azul) e a observada (vermelha). Já a imagem inferior apresenta a comparação do relevo verdadeiro (vermelho) e o predito (azul). Foram utilizados $M = 120$ prismas justapostos, cada um com $\Delta\rho$ de $-0.24 \text{ g/cm}^3$ . (b) Resultados após 14 iterações. O painel superior mostra o ajuste entre a anomalia gravimétrica predita (azul) e a observada (vermelha) ao final do processo iterativo. Já a imagem inferior apresenta a comparação do relevo verdadeiro (vermelho) e o predito (azul). . . . .	22
Figura 8 – Curva de convergência da função objetivo $\Gamma$ ao longo das iterações. . . . .	23
Figura 9 – Curva L para o teste real. Phi ( $\phi$ ) é o eixo referente à função ajuste dos dados e theta ( $\theta$ ) é a função de regularização de Tikhonov de primeira ordem (suavidade). O ponto em vermelho indica o valor ideal do parâmetro de regularização utilizado. . . . .	24

- Figura 10 – (a) Primeira iteração do método de Bott (BOTT, 1960) para os dados da Bacia o Recôncavo. O painel superior mostra o ajuste entre a anomalia gravimétrica predita (azul) e a observada (vermelha). Já a imagem inferior apresenta a estimativa para o relevo do embasamento. Foram utilizados  $M = 60$  prismas justapostos, cada um com  $\Delta \rho$  de  $-0.26 \text{ g/cm}^3$ . (b) Resultados após 5 iterações. O painel superior mostra o ajuste entre a anomalia gravimétrica predita (azul) e a observada (vermelha) ao final do processo iterativo. Já a imagem inferior apresenta a estimativa para o relevo do embasamento. . . . . 25
- Figura 11 – Convergência da função objetivo  $\Gamma$  ao longo das iterações. . . . . 26

# 1 Introdução

As Bacias sedimentares constituem um tipo de formação geológica situada nas depressões geográficas e que se originam a partir do acúmulo de sedimentos, em camadas, transportados pela ação do vento e da água (GROTZINGER; JORDAN, 2013). De acordo com as condições de temperatura e pressão, a matéria orgânica presente nessas camadas passa por processos, levando a formação de combustíveis fósseis como óleo, gás natural e carvão mineral, que são muito utilizados como fontes de energias (RIBEIRO, 2014). Portanto, pode-se observar a grande importância econômica que é atribuída às bacias sedimentares que representam uma das mais importantes fontes de acúmulo e produção de óleo e gás.

Com o objetivo de se estudar essas bacias, métodos potenciais (a gravimetria e a magnetometria) são largamente empregados no delineamento de estruturas da subsuperfície em conjunto com outras informações geológicas obtidas através de perfis de poços. Com isso, pode-se também compensar um conhecimento limitado pela escassez de acessos, afloramentos e perfurações, o que dificulta a interpretação geológica. Os métodos potenciais apresentam desvantagens como a ambiguidade, baixa resolução e a interpretação não ser direta (GONÇALVES et al., 2019). Mas, principalmente, por serem financeiramente mais baratos e invasivos que os métodos sísmicos, investigações geofísicas em bacias sedimentares usando a gravimetria e a magnetometria, em diferentes escalas de trabalho, são frequentemente empregadas. A partir desses dados, é possível estimar a morfologia do embasamento de uma bacia sedimentar (HINZE et al., 2013). Essa estimativa pode ser considerada uma importante contribuição dos métodos potenciais na determinação de formas como as armadilhas estruturais, que são responsáveis pelo acúmulo e maturação de hidrocarbonetos (DIAS; BRAGA, 2000).

Dentre os métodos potenciais, destaca-se nesse trabalho a gravimetria que é baseada na medição da variação do campo gravitacional da Terra que pode ser causada por uma ampla variedade de situações geológicas. Além de ser empregado no setor da mineração para detectar corpos metálicos, pode ser utilizado para revelar a forma em subsuperfície de intrusões ígneas, para determinar a geometria de potenciais aquíferos em investigações hidrogeológicas e para indicar regiões de deposição sedimentar e estruturas sobrepostas ao longo do tempo (SILVA et al., 2007). A aplicação deste método está relacionada, fundamentalmente, nas diferenças das densidades das rochas (KEAREY; BROOKS; HILL, 2009). Devido ao contraste negativo de densidades dos sedimentos em relação às rochas encaixantes, a aquisição gravimétrica é particularmente útil para delinear a estrutura do embasamento. Muitos trabalhos acerca deste tópico foram desenvolvidos ao longo dos anos (RAO; CHAKRAVARTHI; RAJU, 1994; BARBOSA; SILVA; MEDEIROS, 1997; MARTINS; BARBOSA, 2009; SILVA; OLIVEIRA; BARBOSA, 2010).

A inversão é uma das técnicas de otimização mais importantes para um geofísico. Dessa forma, um modelo de parâmetros para representar a subsuperfície deve ser considerado. Em seguida, regidos pelas leis da física-matemática, é possível calcular dados geofísicos e compará-los com os dados adquiridos em expedições de campo. A automatização desta comparação, realizada por meio da função do ajuste dos dados, é o principal objetivo de um problema inverso em geofísica (JUNIOR; UIEDA, 2011). É muito comum que os problemas inversos em geofísica possuam ambiguidade inerente. Para contornar esse aspecto limitante, diversas estratégias de estabilização são apresentadas. Em especial, mencionamos a regularização de Tikhonov, cuja formulação matemática é amplamente difundida pela comunidade científica, e cujos resultados são plenamente estabelecidos e consagrados.

Neste trabalho apresentamos uma inversão gravimétrica bidimensional com o objetivo de estimar a morfologia do embasamento da Bacia do Recôncavo, na Bahia, Nordeste do Brasil. Para isso, estabelecemos um modelo interpretativo para o pacote de sedimentos composto por um conjunto de prismas bidimensionais, retangulares e justapostos, cada um com um valor conhecido de contraste de densidade. Neste trabalho, os topos dos prismas coincidem com a superfície da Terra e os parâmetros a serem estimados consistem na profundidade da base de cada prisma que compõe o modelo interpretativo. Em seguida, utilizamos o método de Bott (BOTT, 1960) para obter estimativas das profundidades da base de cada prisma para estimar a morfologia do embasamento. Como estabilizador para o problema inverso gravimétrico, utilizamos o regularizador de Tikhonov de ordem 1, também chamado de suavidade (TIKHONOV; ARSEININ, 1977).

## 2 Área de estudo

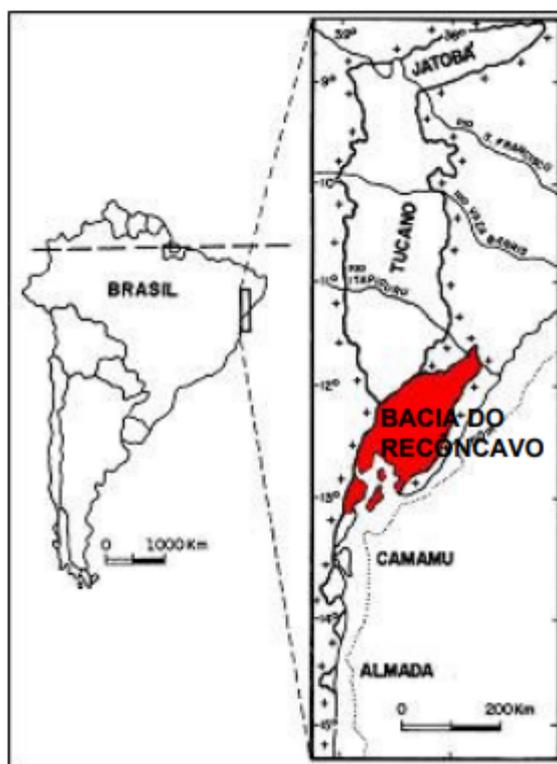


Figura 1 – Mapa com a localização da Bacia do Recôncavo (ROCKETT; KETZER, 2008).

Embora relatos sobre as rochas encontradas no recôncavo baiano existam desde o descobrimento do Brasil, as primeiras proposições oficiais para a geometria da bacia e a sua estratigrafia ocorreram na década de 40, como resultado do acompanhamento da perfuração de poços (WIEDERKEHR, 2008; GHIGNONE, 1979).

A Bacia do Recôncavo compõe o conjunto de bacias cretáceas que ocorrem ao longo da margem leste brasileira, desenvolvidas sob os esforços distensivos que geraram a quebra do supercontinente Gondwana e a subsequente abertura do Oceano Atlântico (ALMEIDA, 1967; KUCHLE; SCHERER, 2010).

A Bacia do Recôncavo está localizada no estado da Bahia, no nordeste brasileiro, ocupando uma área de 11.500 km<sup>2</sup> alongada NW-SE. Constitui a porção sul do rifte abortado, apresentando estruturação complexa. É separada da Bacia de Tucano a norte pelos Altos de Aporá e Dom João, e da Bacia de Camamu a sul pelo Sistema de Falhas da Barra. A leste fica o Sistema de Falhas de Salvador, cujo depocentro adjacente está em torno de 6000 metros. A oeste, entretanto, o rejeito das falhas é bem menos expressivo, configurando uma margem flexural falhada. O limite admitido é a Falha de Maragogibe, cujo rejeito vertical médio é 200 metros (FIGUEIREDO et al., 1994; WIEDERKEHR, 2008).



Figura 2 – Mapa geológico esquemático da Bacia do Recôncavo <[http://www.cprm.gov.br/publique/media/gestao\\_territorial/falha\\_salvador.pdf](http://www.cprm.gov.br/publique/media/gestao_territorial/falha_salvador.pdf)>.

Na Figura 2 observa-se o mapa geológico esquemático da Bacia do Recôncavo, indicando as principais falhas que delimitam e compartimentam a bacia sedimentar. A região avermelhada corresponde a área de rochas mais antigas, conhecidas como embasamento cristalino, que afloram em Salvador. A região amarelada representa as áreas preenchidas por sedimentos, que podem ser observados em Salvador, principalmente na região do Forte do Mont Serrat, onde afloram os Conglomerados da Formação Salvador. A região azulada corresponde às águas do Oceano Atlântico. Por último, em ocre, têm-se os sedimentos da Bacia do Tucano.

Na parte sul do mapa da Figura 2, é indicada a posição de uma seção geológica AA' que é mostrada com mais detalhes pela Figura 3.

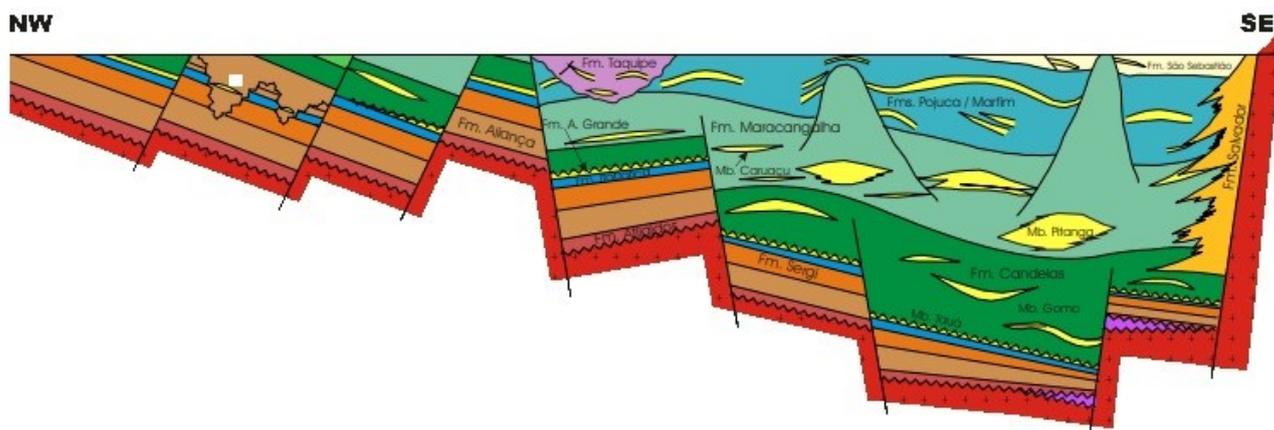


Figura 3 – Seção geológica esquemática da Bacia do Recôncavo <[http://www.cprm.gov.br/publicue/media/gestao\\_territorial/falha\\_salvador.pdf](http://www.cprm.gov.br/publicue/media/gestao_territorial/falha_salvador.pdf)>.

A Figura 3 trata de um corte da Bacia do Recôncavo, de noroeste para sudeste. Pode-se observar que a cunha de sedimentos que preenche a depressão que formou a bacia, aumenta de espessura para o leste, alcançando a espessura máxima na região de Camaçari, próximo da falha de Salvador, em função do grande deslocamento do embasamento (Rejeito de Falha) na borda falhada da bacia sedimentar. Além disso, as formações Afligidos, Aliança, Sergi, Itaparica, Água Grande, Candéias, Maracangalha, Marfim, Pojuca, Taquibe, Salvador e São Sebastião são destacas. Nestas formações, no geral, são observados folhelhos e arenitos mas também é possível observar conglomerados no caso da Formação de Salvador (CAIXETA et al., 1994).

# 3 Metodologia

## 3.1 Problema Direto

O problema direto gravimétrico consiste em calcular a anomalia gravimétrica a partir de um modelo da subsuperfície (BLAKELY, 1996). Em nosso caso, para estudar a morfologia de bacias sedimentares, propomos que a subsuperfície seja representada por um conjunto de prismas justapostos e com igual contraste de densidade.

Para que seja possível efetuar o cálculo da anomalia gravimétrica por meio de um prisma com densidade homogênea, usamos a teoria do potencial. Partimos das equações do potencial gravitacional  $U$  e da atração gravitacional  $\mathbf{g}$  em um ponto  $P$  devido à um volume de massa com densidade  $\rho$ , mostradas abaixo.

$$U(P) = \gamma \int_R \frac{\rho}{r} dv, \quad (3.1)$$

$$\mathbf{g} = \nabla U = -\gamma \int_R \rho \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2} dv, \quad (3.2)$$

onde  $r$  é a distância de  $P$  para um elemento do corpo  $dv$  com densidade  $\rho$ , e  $\gamma$  é a constante universal de Gravitação, que no Sistema Internacional de Unidades (S.I.) vale  $6,67 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$ .

Adotamos neste trabalho o eixo  $z$  verticalmente para baixo, o  $x$  para o norte e o  $y$  para leste positivamente (Figura 4).

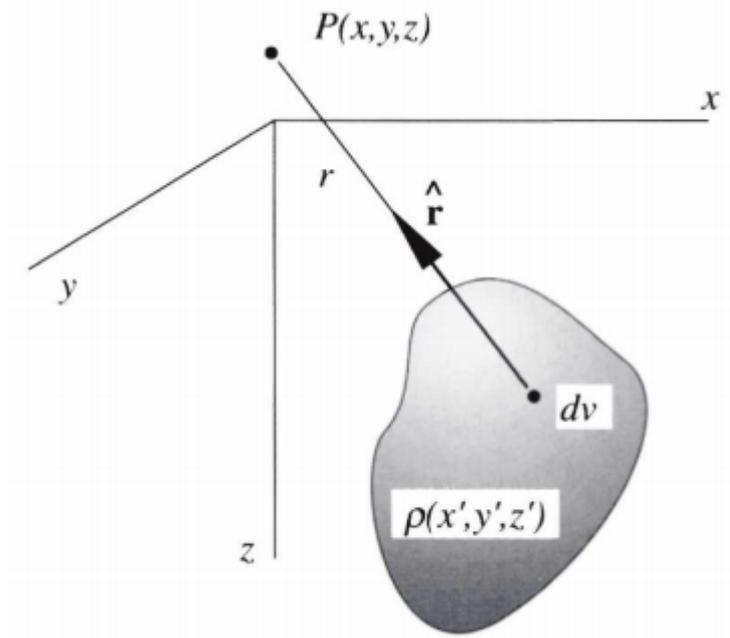


Figura 4 – Um corpo tridimensional com densidade  $\rho(x', y', z')$  e com forma arbitrária observada no ponto  $P(x, y, z)$ . O vetor unitário  $\hat{r}$  aponta de um elemento de massa  $dv$  para  $P$ . (BLAKELY, 1996)

A componente vertical da atração gravitacional, aqui como  $g_z$ , é apresentada no sistema pela equação abaixo.

$$g_z(x, y, z) = \frac{\partial U}{\partial z} = -\gamma \int_{x_0} \int_{y_0} \int_{z_0} \rho(x', y', z') \frac{(z - z')}{r^3} dx' dy' dz', \quad (3.3)$$

em que

$$r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \quad (3.4)$$

como vetor posição.

O modelo interpretativo 5 consiste em um conjunto de  $M$  prismas retangulares 2D, verticais e justapostos ao longo do eixo horizontal  $x$ . O topo de cada prisma está localizado na superfície física local, a base de cada prisma está localizada no topo do embasamento e todos os prismas possuem as mesmas extensões horizontais  $\Delta x$ . Neste trabalho, considera-se que cada prisma do modelo interpretativo tenha um contraste de densidade  $\Delta\rho$  em relação ao embasamento, valor este presumido como conhecido e fixado ao longo do processo. Dessa forma, a anomalia gravimétrica  $\mathbf{g}(\mathbf{p})$  pode ser calculada e posteriormente comparada com o conjunto de  $N$  observações da anomalia gravimétrica adquirida em campo. Com o objetivo de estimar o relevo do embasamento,  $S$ , as profundidades das bases,  $p_1, p_2, \dots, p_{n-1}$  e  $p_n$ , dos prismas são os parâmetros do modelo a serem estimados.

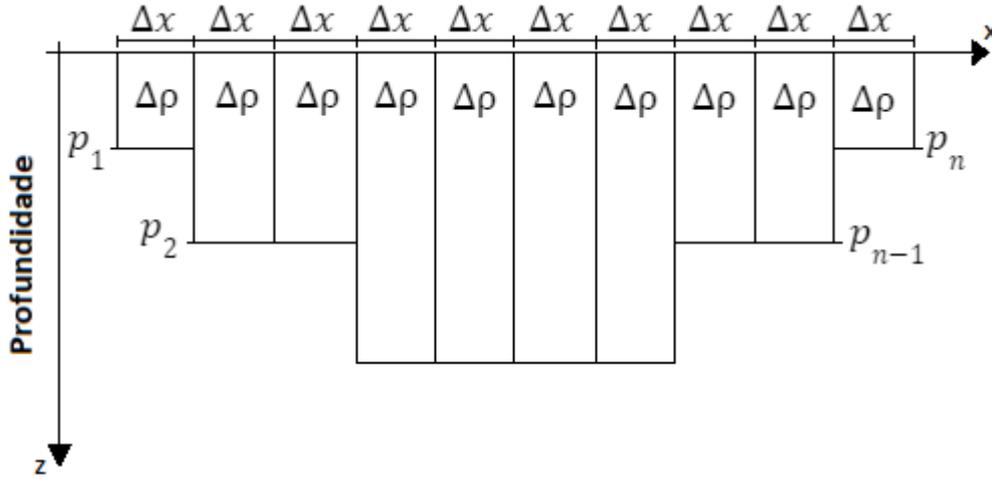


Figura 5 – Modelo interpretativo de prismas retangulares 2-D justapostos adotado nesse trabalho. O modelo é definido pela extensão horizontal  $\Delta\rho$ , pelo contraste de densidade  $\Delta\rho$  e pelas profundidades das bases dos prismas  $p_1, p_2, \dots, p_{n-1}$  e  $p_n$ .

Considerando o modelo adotado nesse trabalho, aplica-se a integral da equação 3.3, com o objetivo de calcular a atração gravitacional de um único prisma retangular, sobre os limites do mesmo. Além disso, move-se o ponto de observação para a origem, simplificando a integral e obtendo a seguinte expressão:

$$g_z = \gamma\rho \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{z'}{[x'^2 + y'^2 + z'^2]^{3/2}} dx' dy' dz' \quad (3.5)$$

em que  $x_1, x_2, y_1, y_2, z_1$  e  $z_2$  são os limites de integração em que  $x_1$  e  $x_2$  representam as coordenadas x dos limites de cada prisma,  $y_1$  e  $y_2$  correspondem ao infinito enquanto que  $z_1$  e  $z_2$  a 0 e ao parâmetro da profundidade da base dos prismas, respectivamente.

Plouff (1976) forneceu uma derivação da integral anterior com o seguinte resultado:

$$g_z = \gamma\rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \left[ z_k \arctan\left(\frac{x_i y_i}{z_k R_{ijk}}\right) - x_i \log(R_{ijk} + y_i) - y_j \log(R_{ijk} + x_i) \right], \quad (3.6)$$

em que

$$R_{ijk} = \sqrt{x_i^2 + y_j^2 + z_k^2} \quad (3.7)$$

e

$$\mu_{ijk} = (-1)^i (-1)^j (-1)^k. \quad (3.8)$$

Então, utilizamos a equação 3.6 e o princípio da superposição para calcular a anomalia gravimétrica  $g_z$  produzida por todos os N prismas do modelo interpretativo em todos M pontos de observação. Por fim, armazenamos os cálculos no vetor  $\mathbf{d}(\mathbf{p})$ .

## 3.2 Inversão Gravimétrica

A inversão de dados gravimétricos para estimar as profundidades dos prismas do modelo interpretativo (Figura 5) pode ser formulada como o problema de minimizar a função desajuste expressa abaixo.

$$\phi(\mathbf{p}) = [\mathbf{d}^0 - \mathbf{d}(\mathbf{p})]^T [\mathbf{d}^0 - \mathbf{d}(\mathbf{p})], \quad (3.9)$$

em que  $\mathbf{d}^0$  é o vetor com os dados observados e  $\mathbf{d}(p)$  com os preditos em que  $\mathbf{p}$  é o vetor com as profundidades das bases dos prismas. A equação 3.9 pode ser interpretada como a norma L2 dos dados. No contexto deste trabalho, o dado geofísico é a anomalia gravimétrica e o objetivo é então minimizar a equação 3.9 para que os dados preditos sejam próximos dos reais.

Entretanto, o problema de estimar um relevo  $S$ , vetor de parâmetros  $\mathbf{p}$  na equação 3.9 que é a profundidade do topo do embasamento, a partir dos dados gravimétricos observados  $\mathbf{d}^0$  é um problema mal-posto. Segundo [Hadamard \(1902\)](#), um problema é mal-posto quando a solução deste apresenta pelo menos uma das três características a seguir:

- Inexistência;
- Não unicidade;
- Instabilidade.

A não unicidade é um problema resultante da ambiguidade existente na relação entre volume e densidade. O problema da inexistência está relacionado a contaminação dos dados verdadeiros com ruído de tal forma que não é mais, em geral, possível, encontrar uma anomalia produzida por um modelo interpretativo simples que ajuste exatamente os dados. Neste trabalho, não há o problema da inexistência mas lidamos com o da não unicidade.

Com o objetivo de resolver os problemas de não unicidade e instabilidade, é necessária a introdução de informação a priori no modelo. Neste trabalho, essa informação foi introduzida pela especificação dos parâmetros do modelo interpretativo (contraste de densidade entre o pacote sedimentar e o embasamento) e com a aplicação da regularização descrita na seção Regularização.

## 3.3 Regularização

De acordo com [Silva, Medeiros e Barbosa \(2001\)](#), necessita-se da adição de restrições na forma de regularização para lidar com um problema não linear de inversão gravimétrica

para estimar o relevo de uma interface que separa dois meios distintos. Uma abordagem comum é utilizar a regularização de Tikhonov de primeira ordem (TIKHONOV; ARSENIN, 1977), que foi a utilizada neste trabalho, impondo suavidade a solução.

A função para a regularização da suavidade é dada pela seguinte equação:

$$\theta(\mathbf{p}) = \mathbf{p}^T R^T R \mathbf{p}, \quad (3.10)$$

em que  $\mathbf{p}$  corresponde ao vetor com as profundidades dos prismas retangulares e  $R$  é chamada matriz de diferenças finitas, definida, para este problema, da seguinte forma:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ & \vdots & & \ddots & & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

A matriz  $R$  identifica os prismas vizinhos no modelo interpretativo, tornando possível impor qualquer tipo de restrição aos parâmetros vizinhos (em nosso caso, as profundidades dos prismas). A transformação do problema de inversão mal-posto em um problema bem-posto via a regularização de Tikhonov consiste na soma ponderada entre uma função de regularização (3.10) e a função desajuste dos dados (3.9):

$$\Gamma(\mathbf{p}) = \phi(\mathbf{p}) + \mu\theta(\mathbf{p}), \quad (3.12)$$

em que  $\mu$  é o parâmetro de regularização que controla o equilíbrio entre o ajuste dos dados observados e a função de regularização que impõe a suavidade na variação espacial dos parâmetros.

A minimização do equação 3.12 nos leva à seguinte equação matricial:

$$[A^{kT} A^k + \mu R^T R] \Delta \mathbf{p}^k = A^{kT} [\mathbf{d}^o - \mathbf{d}(\mathbf{p}^k)] - \mu R^T R \mathbf{p}^k \quad (3.13)$$

em que  $A$  é a matriz de sensibilidade do problema em questão,  $\mu$  é o parâmetro de regularização e  $\mathbf{p}^k$  é a  $k$ -ésima estimativa do vetor de parâmetros.

A quantidade  $\Delta \mathbf{p}^k$  é o fator corretivo que deve ser adicionado à estimativa inicial no intuito de atualizar as profundidades do modelo interpretativo. Dessa forma, podemos gradativamente alcançar a estimativa ideal para  $\mathbf{p}$  até que  $\Delta \mathbf{p}^k$  não varie significativamente entre iterações consecutivas.

### 3.4 Método de Bott

O método de Bott (1960) é um eficiente método para determinar a profundidade do embasamento de uma bacia sedimentar a partir de dados observados de gravidade. Esse método necessita de um grid regular de observações e que o número de prismas seja igual ao número de observações (UIEDA; BARBOSA, 2017), portanto, o modelo interpretativo citado anteriormente foi usado e sujeito a essas condições. O método iterativo de Bott começa com uma aproximação inicial para as profundidades do embasamento  $\mathbf{p}^0$  igual a um vetor nulo. O método atualiza a aproximação ao calcular o vetor de parâmetro de perturbação  $\Delta\mathbf{p}^k$  usando a fórmula

$$\Delta\mathbf{p}^k = \frac{\mathbf{d}^0 - \mathbf{d}(\mathbf{p}^k)}{2\pi G\Delta\rho}, \quad (3.14)$$

onde  $G$  é a constante da gravitação universal em  $m^3kg^{-1}s^{-2}$ ,  $\Delta\rho$  é o contraste entre a densidade dos sedimentos e a densidade de referência,  $\mathbf{p}^k$  é o vetor de profundidades para a  $k$ -ésima iteração,  $\mathbf{d}^0$  é o dado observado e  $\mathbf{d}(\mathbf{p}^k)$  é o vetor de dados calculados para as profundidades calculadas na  $k$ -ésima iteração. O processo iterativo para quando os resíduos da inversão  $\mathbf{r}^k = \mathbf{d}^0 - \mathbf{d}(\mathbf{p}^k)$  caem abaixo do nível de ruído presumido dos dados (UIEDA; BARBOSA, 2017).

De acordo com Silva, Santos e Gomes (2014), o método de Bott pode ser formulado como um caso especial do método de Gauss-Newton ao adotar a seguinte consideração para a matriz de sensibilidade definida na equação 3.13:

$$A = 2\pi G\Delta\rho I, \quad (3.15)$$

em que  $I$  é a matriz identidade.

A equação 3.15 consiste no cálculo aproximado, por meio do platô de Bouguer, do efeito gravitacional produzido pelo relevo do embasamento. Além disso, usou-se um único  $\Delta\rho$ . Para mais detalhes, o leitor é convidado a (UIEDA; BARBOSA, 2017).

### 3.5 Estimativa dos hyperparâmetros da inversão

Hyperparâmetros não são estimados diretamente na inversão mas são parâmetros que influenciam o resultado da mesma. Neste trabalho, os hyperparâmetros considerados são o parâmetro de regularização  $\mu$  (equação 3.12) e o contraste de densidade entre o pacote sedimentar e o embasamento (equação 3.15).

O contraste de densidade foi estabelecido a partir de consultas bibliográficas específicas.

O parâmetro de regularização foi estimado através da aplicação da curva L ([HANSEN, 1992](#)). O nome dessa curva é dado pela semelhança, na teoria, que a curva tem com a letra L, mas na prática a forma pode ser um pouco diferente, às vezes muito diferente. O critério de seleção do parâmetro de regularização chamado de Curva L consiste em fazermos diversas simulações de inversão, sendo cada cálculo feito com um valor de  $\mu$  diferente, e após todos os cálculos, construirmos um gráfico com os valores da suavidade dos modelos  $\theta(p)$  obtidos versus os desajustes  $\phi(p)$  entre a anomalia predita e anomalia observada. O parâmetro mais adequado ao sistema será encontrado no joelho da curva, caracterizando-se em um valor que possua uma boa suavidade e um erro estimado relativamente baixo. ([MANENTI; BASSREI, 2011](#))

## 4 Resultados e Discussões

Visando validar a implementação do problema inverso gravimétrico em discussão neste trabalho, foi estabelecido um teste sintético inspirado em [Cristo, Dutra e Argollo \(2015\)](#), por meio de uma bacia do tipo graben. Para isso foram utilizados 120 prismas justapostos, cada um com contraste de densidade de  $-0.24 \text{ g/cm}^3$  em relação ao embasamento. Em todos os testes apresentados, o método de inversão iterativo de Bott é rodado por 20 iterações, após a determinação do parâmetro de regularização ideal por meio da curva L. Uma análise do ajuste dos dados também é apresentada e uma breve análise dos dados é apresentada em detalhes.

### 4.1 Testes em dados sintéticos

A Figura 6 mostra a curva L obtida para o teste sintético. Foram realizadas 225 inversões e o parâmetro de regularização ideal tem o valor de  $2.0 \times 10^{-15}$ .

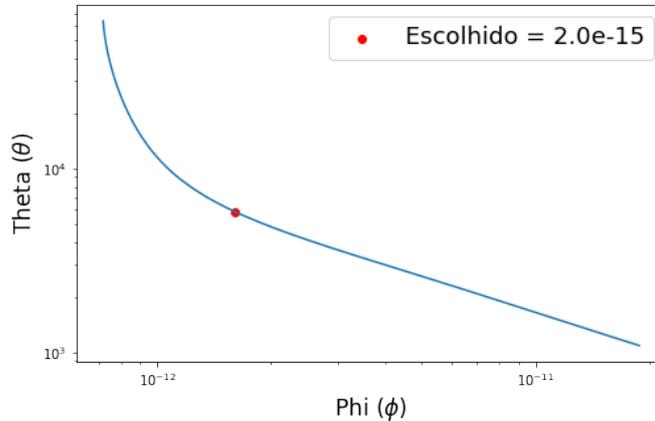


Figura 6 – Curva L para o teste sintético da bacia sedimentar do tipo graben. O eixo Phi ( $\phi$ ) mostra o ajuste dos dados e o Theta ( $\theta$ ) é a função de suavidade. o ponto em vermelho mostra a solução para o  $\mu$  ideal.

A Figura 7 mostra um painel com a primeira (a) e a última (b) iteração do método de Bott regularizado. Repare que o relevo verdadeiro (em vermelho na Figura 7b) é apresentado. Para a inversão, foram utilizados 120 prismas, exatamente o mesmo número de observações estabelecidas na seção gravimétrica sintética. O ajuste dos dados apresentado na Figura 7b superior mostra está em total conformidade com o ruído de 0.1 mGal atribuído à anomalia gravimétrica sintética.

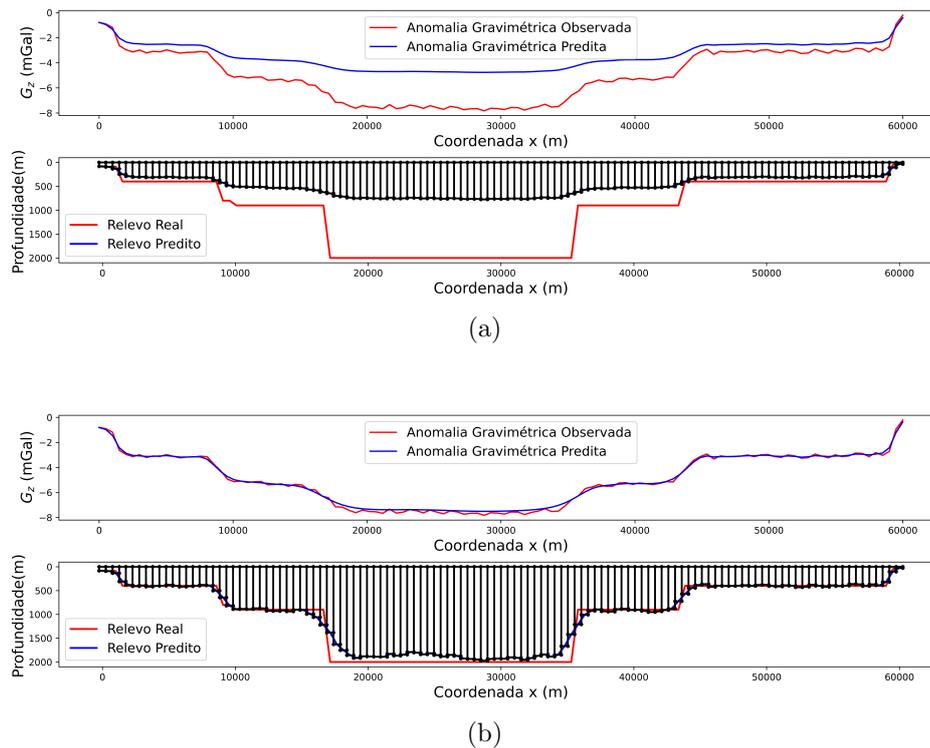


Figura 7 – (a) Primeira iteração do método de Bott (BOTT, 1960) para a bacia sintética tipo Graben. O painel superior mostra o ajuste entre a anomalia gravimétrica predita (azul) e a observada (vermelha). Já a imagem inferior apresenta a comparação do relevo verdadeiro (vermelho) e o predito (azul). Foram utilizados  $M = 120$  prismas justapostos, cada um com  $\Delta\rho$  de  $-0.24 \text{ g/cm}^3$ . (b) Resultados após 14 iterações. O painel superior mostra o ajuste entre a anomalia gravimétrica predita (azul) e a observada (vermelha) ao final do processo iterativo. Já a imagem inferior apresenta a comparação do relevo verdadeiro (vermelho) e o predito (azul).

O painel 7 (a) apresenta o resultado referente à primeira iteração do método de Bott (BOTT, 1960) para a bacia sintética tipo Graben. A figura 7 (a) superior mostra a anomalia gravimétrica verdadeira (em vermelho) e a predita (em azul). O modelo interpretativo esquemático é composto por  $M = 120$  prismas e igual número de estações gravimétricas. A cada prisma é atribuído o mesmo contraste de densidade ( $-0.24 \text{ g/cm}^3$ ), cujo valor é o verdadeiro, além de ser fixado ao longo do processo iterativo. As espessuras verdadeiras de cada prisma variam entre 90 e 2000 m.

Como a densidade dos prismas é conhecida e constante ao longo de todo processo iterativo, a tendência é observarmos a anomalia gravimétrica com formato semelhante ao relevo do embasamento. Como se trata da primeira iteração, o desajuste dos dados é bastante evidente, porém já é possível observar na Figura 7 (a) inferior, algumas similaridades entre o relevo verdadeiro (em vermelho) e o estimado (em azul). Observa-se a forma do Graben e como consequência do ruído nos dados, instabilidades no método são

totalmente esperados.

A Figura 7 (b) apresenta os resultados obtidos ao final do processo iterativo. Após 14 iterações, observa-se na Figura 7 (b) que a anomalia predita e relevo estimado se assemelham a anomalia gravimétrica observada e ao relevo verdadeiro, respectivamente.

Na sequência, observou-se a minimização da função objetivo  $\Gamma$  como demonstrado na figura 8.

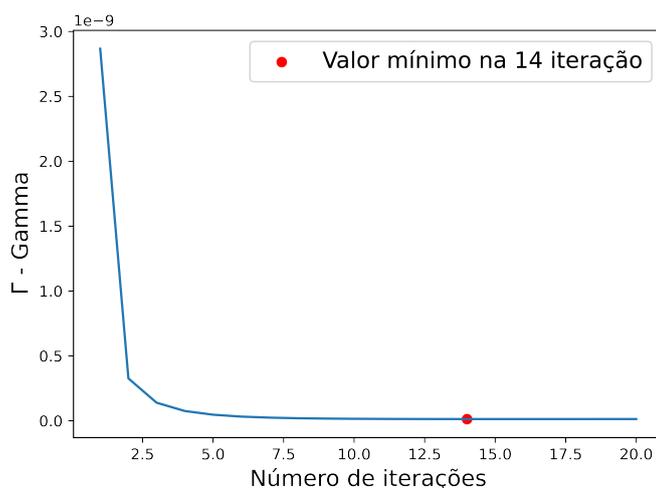


Figura 8 – Curva de convergência da função objetivo  $\Gamma$  ao longo das iterações.

Pela Figura 8, o valor mínimo para  $\Gamma$  foi observado na iteração 14, fortalecendo o resultado da inversão apresentado mais acima.

## 4.2 Testes em dados reais

Inicialmente, como a seção gravimétrica foi estabelecida com 60 dados da anomalia gravimétrica, foram utilizados 60 prismas no modelo interpretativo, respeitando a premissa imposta em Bott (1960). Com base em (BARBOSA et al., 1998), adotou-se o valor de  $-0,26 \text{ g/cm}^3$  para o contraste de densidade dos prismas em relação ao embasamento. Seguidamente, o parâmetro de regularização ( $\mu$ ) foi determinado. Utilizamos novamente a curva L, com  $\mu$  variando de  $\mu = 10^{-30}$  até  $\mu = 1,0$ , obtendo assim a curva L demonstrada pela figura 9.

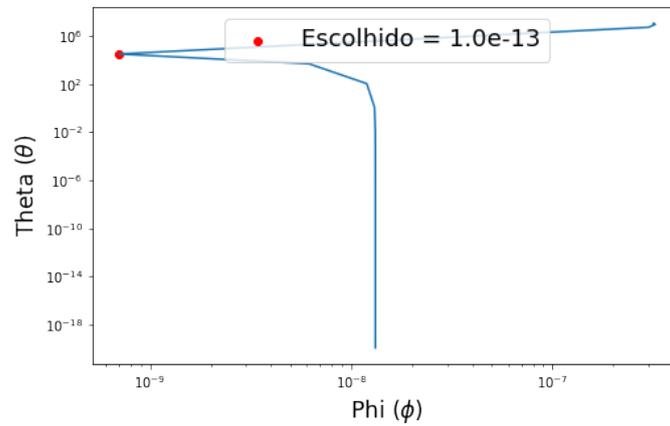


Figura 9 – Curva L para o teste real. Phi ( $\phi$ ) é o eixo referente à função ajuste dos dados e theta ( $\theta$ ) é a função de regularização de Tikhonov de primeira ordem (suavidade). O ponto em vermelho indica o valor ideal do parâmetro de regularização utilizado.

Após a análise da curva L, adotou-se  $\mu = 1,0 \times 10^{-13}$ .

A figura 10 mostra um painel com a primeira (a) e a última (b) iteração do método de Bott regularizado. Para a inversão, foram utilizados 60 prismas, exatamente o mesmo número de observações estabelecidas na seção gravimétrica sintética.

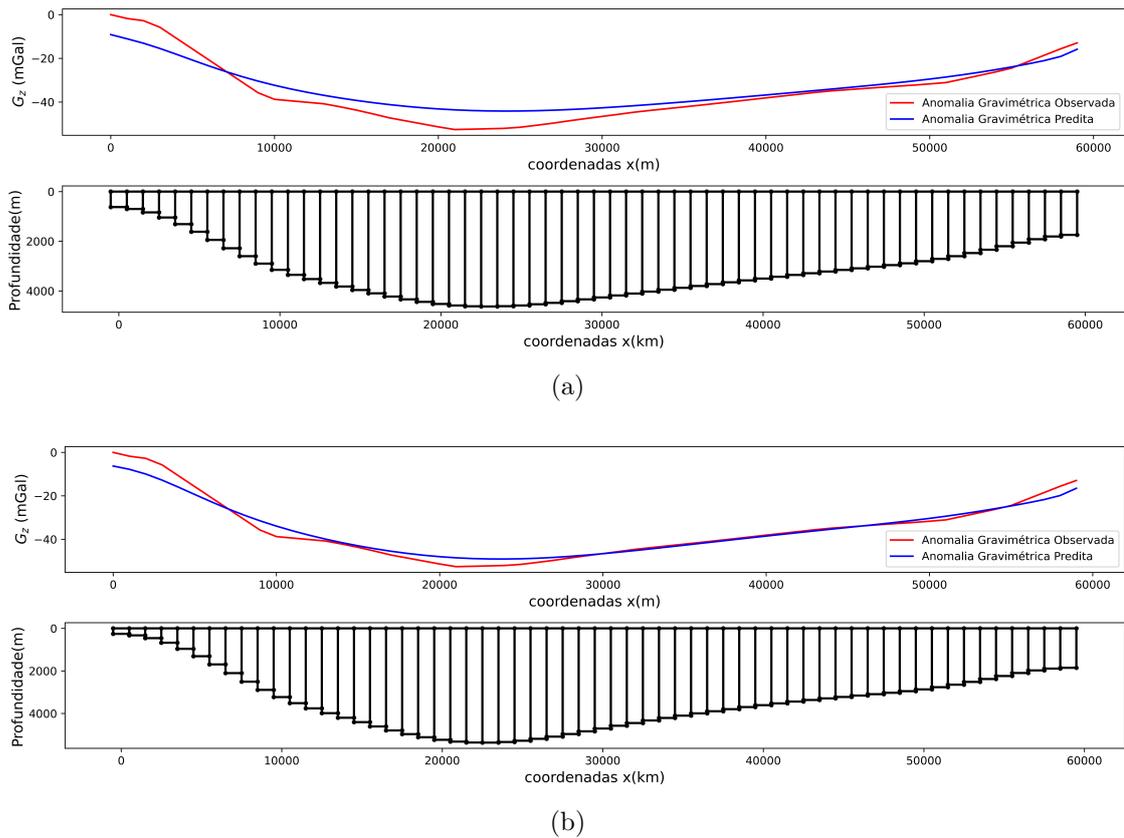


Figura 10 – (a) Primeira iteração do método de Bott (BOTT, 1960) para os dados da Bacia do Recôncavo. O painel superior mostra o ajuste entre a anomalia gravimétrica predita (azul) e a observada (vermelha). Já a imagem inferior apresenta a estimativa para o relevo do embasamento. Foram utilizados  $M = 60$  prismas justapostos, cada um com  $\Delta \rho$  de  $-0.26 \text{ g/cm}^3$ . (b) Resultados após 5 iterações. O painel superior mostra o ajuste entre a anomalia gravimétrica predita (azul) e a observada (vermelha) ao final do processo iterativo. Já a imagem inferior apresenta a estimativa para o relevo do embasamento.

Observa-se a anomalia gravimétrica com formato semelhante ao relevo do embasamento o que é uma tendência visto que o valor da densidade dos prismas é fixada ao longo de todo o processo iterativo.

O painel 10 (a) apresenta o resultado referente à primeira iteração do método de Bott (BOTT, 1960) para a Bacia do Recôncavo. A figura 10 (a) superior mostra a anomalia gravimétrica verdadeira (em vermelho) e a predita (em azul). O modelo interpretativo esquemático é composto por  $M = 60$  prismas e igual número de estações gravimétricas. A cada prisma é atribuído o mesmo contraste de densidade ( $-0.26 \text{ g/cm}^3$ ), além de ser fixado ao longo do processo iterativo. As espessuras verdadeiras de cada prisma vão até uns 5500 metros.

Se tratando da primeira iteração, o desajuste dos dados é um pouco mais evidente, porém já é possível observar uma similaridade da anomalia gravimétrica observada para a

predita.

A figura 10 (b) apresenta os resultados obtidos ao final do processo iterativo após 5 iterações. No painel superior, observa-se a comparação da anomalia gravimétrica predita com a observada e um bom ajuste, ao mesmo tempo, é possível observar um ajuste satisfatório mas pior nas partes que tendem a ser menos suaves. Este aspecto é esperado, já que estamos partindo da premissa de obtermos um relevo suavizado. O painel inferior da mesma figura apresenta o relevo do embasamento calculado e associado ao dado predito.

As maiores profundidades da bacia chegam a uns 5500 metros de profundidade, o que está em conformidade com o conhecimento geológico prévio da porção emersa da bacia. Vale ressaltar que para um refinamento das soluções, pode-se considerar também a variação da densidade com a profundidade, para que o efeito de compactação seja adequadamente simulado durante o processo.

Na sequência, observou-se a minimização da função objetivo  $\Gamma$  como demonstrado na figura 11.

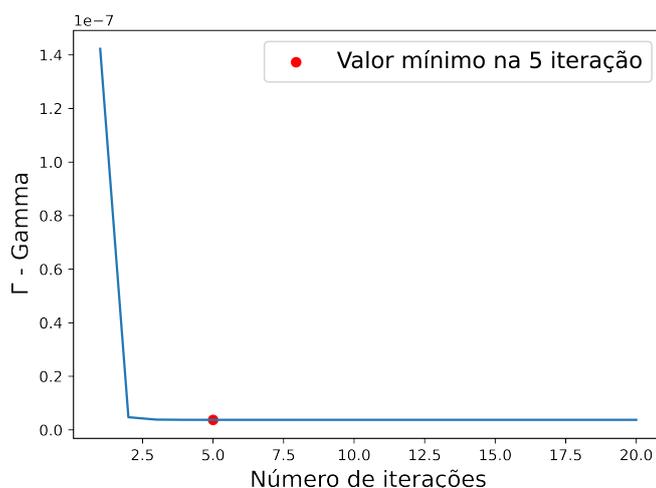


Figura 11 – Convergência da função objetivo  $\Gamma$  ao longo das iterações.

Pela figura 11, é possível perceber que com 5 iterações, ocorre a minimização de  $\Gamma$ , fortalecendo o resultado da inversão apresentado mais acima.

## 5 Conclusões

O presente projeto de pesquisa propõe estudar o problema gravimétrico de estimar o relevo do embasamento cristalino de bacias sedimentares. Para tal, um método iterativo já estabelecido na literatura é considerado juntamente a regularização de Tikhonov de ordem 1. Preliminarmente, o método é aplicado a um conjunto de dados sintéticos que simulam uma bacia sedimentar do tipo Graben. Os resultados para a bacia sintética tipo Graben mostraram um bom ajuste tanto entre as anomalias gravimétricas observadas e previstas como entre o relevo previsto e o relevo real. Na sequência, o método é aplicado a um conjunto de dados da Bacia do Recôncavo. Os resultados para esta bacia também mostraram um bom ajuste entre os dados previstos e observados de anomalia Bouguer. Vale salientar que o método iterativo mostrou-se numericamente instável, como já diagnosticado em trabalhos anteriores, mas essa instabilidade foi resolvida com a aplicação da regularização. Tanto para o caso dos dados sintéticos como o dos dados reais, com a utilização da curva L, mesmo não observando um cotovelo da curva muito bem definido, foi possível estabelecer um valor para o parâmetro de regularização que gerasse um resultado com bom ajuste e associado a um relevo de embasamento com uma certa suavidade, mas sem exagerar no ajuste e na suavidade, obtendo assim um equilíbrio entre eles e um valor de parâmetro de regularização aceitável. Entretanto, o método de inversão adotado apresenta limitações como relacionadas a ambiguidade e instabilidade. No nosso trabalho, essas limitações foram solucionadas ao estabelecer informações a priori como o contraste de densidade e ao utilizar a regularização. Além disso, a redução do custo computacional ao utilizar a matriz de Bott são aspectos que tornam o método apresentado neste trabalho uma importante ferramenta para outros trabalhos.

# Referências

- ALMEIDA, F. F. M. de. *Origem e evolução da plataforma brasileira*. [S.l.]: DNPM, 1967.
- BARBOSA, V. C. F. et al. Mapeamento do relevo do embasamento de bacias sedimentares através da inversão gravimétrica vinculada. Universidade Federal do Pará, 1998.
- BARBOSA, V. C. F.; SILVA, J. B.; MEDEIROS, W. E. Gravity inversion of basement relief using approximate equality constraints on depths. *GEOPHYSICS*, v. 62, n. 6, p. 1745–1757, nov. 1997. ISSN 0016-8033. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.1444275>>.
- BLAKELY, R. J. *Potential theory in gravity and magnetic applications*. [S.l.]: Cambridge university press, 1996.
- BOTT, M. The use of rapid digital computing methods for direct gravity interpretation of sedimentary basins. *Geophysical Journal International*, Blackwell Publishing Ltd Oxford, UK, v. 3, n. 1, p. 63–67, 1960.
- CAIXETA, J. M. et al. Reconcavo, tucano and jatoba basins; bacias do reconcavo, tucano e jatoba. *Boletim de Geociências da PETROBRAS*, v. 8, 1994.
- CRISTO, R. A. de; DUTRA, A. C.; ARGOLLO, R. M. de. Inversão de dados gravimétricos 2d da bacia sergipe-alagoas. In: BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY. *14th International Congress of the Brazilian Geophysical Society & EXPOGEF, Rio de Janeiro, Brazil, 3-6 August 2015*. [S.l.], 2015. p. 706–711.
- DIAS, M. S.; BRAGA, L. F. Uso do campo potencial na exploração dos recursos minerais marinhos. *Revista Brasileira de Geofísica*, SciELO Brasil, v. 18, p. 257–268, 2000.
- FIGUEIREDO, A. d. et al. Recôncavo basin, brazil: a prolific intracontinental rift basin. *Interior rift basins: AAPG Memoir*, v. 59, p. 157–203, 1994.
- GHIGNONE, J. Geologia dos sedimentos fanerozóicos do estado da bahia. *Geologia e Recursos Minerais do Estado da Bahia, Textos Básicos, SME/COM, Salvador*, v. 1, p. 23–117, 1979.
- GONÇALVES, M. M. et al. Inversão cooperativa de dados gravimétricos e de sísmica de reflexão: uma abordagem baseada em objeto. [sn], 2019.
- GROTZINGER, J.; JORDAN, T. *Para Entender a Terra-6*. [S.l.]: Bookman Editora, 2013.
- HADAMARD, J. Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique. *Princeton university bulletin*, p. 49–52, 1902.
- HANSEN, P. C. Analysis of discrete ill-posed problems by means of the l-curve. *SIAM review*, SIAM, v. 34, n. 4, p. 561–580, 1992.
- HINZE, W. J. et al. *Gravity and magnetic exploration: Principles, practices, and applications*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2013.

- JUNIOR, V. C. de O.; UIEDA, L. Tópicos de inversão em geofísica. 2011.
- KEAREY, P.; BROOKS, M.; HILL, I. *Geofísica de exploração*. [S.l.]: Oficina de textos, 2009.
- KUCHLE, J.; SCHERER, C. Sismoestratigrafia de bacias rifte: técnicas, métodos e sua aplicação na bacia do recôncavo. *Boletim de Geociências da PETROBRAS*, v. 18, n. 2, p. 33–60, 2010.
- MANENTI, R. R.; BASSREI, A. Aplicação da curva  $l$  e da curva  $\theta$  para a escolha do parâmetro ótimo de regularização de ordem um em tomografia eletromagnética de tempos de trânsito. In: EUROPEAN ASSOCIATION OF GEOSCIENTISTS & ENGINEERS. *12th International Congress of the Brazilian Geophysical Society*. [S.l.], 2011. p. cp–264.
- MARTINS, C. M.; BARBOSA, V. C. F. *Inversão gravimétrica do relevo 3D de bacias sedimentares e da variação da densidade usando informação a priori sobre o ambiente geológico*. Tese (Doutorado) — Tese de Doutorado em Geofísica–Observatório Nacional, Rio de Janeiro, 130p, 2009.
- PLOUFF, D. Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 41, n. 4, p. 727–741, 1976.
- RAO, C. V.; CHAKRAVARTHI, V.; RAJU, M. Forward modeling: Gravity anomalies of two-dimensional bodies of arbitrary shape with hyperbolic and parabolic density functions. *Computers & Geosciences*, v. 20, n. 5, p. 873–880, jun 1994. ISSN 0098-3004. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/009830049490118X>>.
- RIBEIRO, D. Combustíveis fósseis. *Revista de Ciência Elementar*, Casa das Ciências, v. 2, n. 2, 2014.
- ROCKETT, G. C.; KETZER, J. Rochas potenciais para armazenamento geológico na bacia do recôncavo, brasil-caracterização por mev. *III Mostra de Pesquisa da Pós-Graduação*, 2008.
- SILVA, J. B.; MEDEIROS, W. E.; BARBOSA, V. C. Potential-field inversion: Choosing the appropriate technique to solve a geologic problem. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 66, n. 2, p. 511–520, 2001.
- SILVA, J. B.; OLIVEIRA, A. S.; BARBOSA, V. C. Gravity inversion of 2d basement relief using entropic regularization. *GEOPHYSICS*, v. 75, n. 3, p. I29–I35, maio 2010. ISSN 0016-8033. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.3374358>>.
- SILVA, J. B. et al. Apparent-density mapping using entropic regularization. *GEOPHYSICS*, v. 72, n. 4, p. I51–I60, maio 2007. ISSN 0016-8033. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.2732557>>.
- SILVA, J. B.; SANTOS, D. F.; GOMES, K. P. Fast gravity inversion of basement relief. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 79, n. 5, p. G79–G91, 2014.
- TIKHONOV, A. N.; ARSENIN, V. Y. Solutions of ill-posed problems. *New York*, v. 1, n. 30, p. 487, 1977.

UIEDA, L.; BARBOSA, V. C. Fast nonlinear gravity inversion in spherical coordinates with application to the south american moho. *Geophysical Journal International*, Oxford University Press, v. 208, n. 1, p. 162–176, 2017.

WIEDERKEHR, F. Arquitetura estratigráfica das formações itaparica e água grande e seu posicionamento na evolução tectônica da bacia do recôncavo. 2008.